

9 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der plastischen Querschnittstragfähigkeit von doppelsymmetrischen I-Profilen. Dazu wird das grundlegende Tragverhalten für verschiedene Schnittgrößenkombinationen untersucht. Ein Schwerpunkt liegt in der Ermittlung der genauen Lösungen für Standardanwendungsfälle und in der Entwicklung von baupraktisch genauen Ingenieurmodellen (TSV-plus) zur Bestimmung der plastischen Querschnittstragfähigkeit. Für die Interaktionsbeziehungen gemäß TSV-plus sowie den in *DIN 18800* [14] und *DIN EN 1993-1-1* [15] angegebenen Gleichungen werden die Abweichungen zur genauen Lösung bestimmt.

Nachdem in Kapitel 1 die verschiedenen Methoden nach dem Stand der Forschung vorgestellt werden, folgen in Kapitel 2 die grundlegenden Beziehungen zur Spannungsermittlung. Darüber hinaus werden die Nachweismethoden nach der Elastizitätstheorie und der Plastizitätstheorie erläutert. Die plastische Querschnittstragfähigkeit wird in Nachweisstufe I und II klassifiziert.

In Kapitel 3 werden die verschiedenen Methoden zur Bestimmung der plastischen Querschnittstragfähigkeit erläutert und das im Rahmen dieser Arbeit erstellte Computerprogramm *LILOBEC* [70] behandelt. Mit diesem Programm erfolgt die Bestimmung der Abweichungen in den nachfolgenden Kapiteln. Es ist möglich, Rechteckquerschnitte, doppelsymmetrische geschweißte und gewalzte I-Querschnitte zu untersuchen. Mit einer Optimierungsfunktion wird für den diskretisierten Querschnitt die Spannungsverteilung im Grenzzustand der Tragfähigkeit bestimmt und der Faktor für die gegebene Schnittgrößenkombination ermittelt. Es können alle acht Schnittgrößen sowie die Verwölbung über die Blechdicke berücksichtigt werden.

Die Untersuchungen des Rechteckquerschnitts in Kapitel 4 dienen als wesentliche Grundlage für die Betrachtungen in den nachfolgenden Kapiteln. Ingenieurmäßig werden die Grenzschnittgrößen $M_{pl, xp}$ und $M_{pl, \omega}$ hergeleitet. Für die Bestimmung der Grenzschnittgrößen der primären Torsion erweisen sich die *Prandtl'sche* Membranalogie ($M_{el, xp}$) und die *Nadai'sche* Sandhügelanalogie ($M_{pl, xp}$) als sehr anschaulich. Die grundsätzliche Frage nach dem Verlauf der Spannungsnulllinie wird diskutiert. Abhängig von der Lage und der Form der Spannungsnulllinie ergeben sich nach Integration der Spannungen unterschiedliche Schnittgrößenkombinationen. Anhand eines Beispiels ist erkennbar, dass die Spannungsnulllinie auch gekrümmt verlaufen kann. Zur Bestimmung der Tragfähigkeit infolge N , M_y und M_z werden ingenieurmäßige Modelle für die Fälle „mit unplanmäßiger Torsion“ und „ohne unplanmäßige Torsion“ vorgestellt und deren Genauigkeit angegeben. Das ingenieurmäßige Hohlzellenmodell ermöglicht die Ermittlung von Schubspannungen infolge gleichzeitiger Beanspruchung durch die Schnittgrößen V und M_{xp} .

Bei gewalzten Querschnitten entstehen aufgrund des Herstellungsprozesses Ausrundungen. Die Schnittgrößenkombinationen für diese Ausrundungen als Teilquerschnitte werden in Kapitel 5 untersucht. Naheliegend ist die Vereinfachung einer Ausrundung als gleichschenkliges Dreieck. Für die N - M_y -Interaktion erhält man zweckdienliche Lösungen. Bei der exakten Berücksichtigung der Ausrundungen ergeben sich Terme, die nur mithilfe einer Iteration lösbar sind. Zur Vermeidung der Iteration werden Näherungsgleichungen angegeben. Die direkte Berücksichtigung der Ausrundungen als Teilquerschnitte bei gewalzten Querschnitten erscheint wenig praktikabel.

In Kapitel 6 werden doppelsymmetrische **geschweißte I-Profile** betrachtet. Da es wegen der variablen Blechabmessungen zu einer Vielzahl von Querschnittsvarianten kommt, erfolgt die Untersuchung vereinfacht für die Walzprofilreihen IPE, HEA, HEB und HEM unter Vernachlässigung der Ausrundungen ($r = 0!$). Für diese Querschnitte werden Lösungen zur Ermittlung der plastischen Grenzschnittgrößen $M_{pl, xp}$ und $M_{pl, \omega}$ angegeben. Zur **Bestimmung der Tragfähigkeit mithilfe des Teilschnittgrößenverfahrens** bei gleichzeitigem Auftreten mehrerer Schnittgrößen kann man in einem ersten Schritt die Schubspannungen berücksichtigen. Die Schnittgrößen V_y , V_z , M_{xp} und M_{xs} werden auf das Profil aufgeteilt und die Streckgrenze der einzelnen Querschnittsteile reduziert. Im zweiten Schritt erfolgt die Erfassung der Schnittgrößen M_z , M_ω und N und die Bestimmung der maximal aufnehmbaren Schnittgröße M_y . Als Grundlage dient die Betrachtung des Profils im Grenzzustand. Für die verschiedenen Schnittgrößenkombinationen werden Lösungen formuliert und deren Genauigkeit angegeben. Dabei erfolgt die Einteilung der Interaktionsbedingungen in die **Nachweisstufe I** und die **Nachweisstufe II**.

Auf Grundlage der Kapitel 5 und Kapitel 6 werden in Kapitel 7 doppelsymmetrische gewalzte I-Profile untersucht. Dabei steht der Einfluss der Ausrundungen bei der Ermittlung der plastischen Grenzschnittgrößen im Vordergrund. In Tabelle 9.1 ist eine Übersicht über die Genauigkeit der einzelnen Grenzschnittgrößen aus Kapitel 6 und Kapitel 7 enthalten. Analog zu Kapitel 6 werden in Kapitel 7 ingenieurmäßige Lösungen für die verschiedenen Schnittgrößenkombinationen entwickelt. Dabei erfolgt die Berücksichtigung der Ausrundungen nicht mit einem separaten Fall. Durch die Extrapolation der Beziehungen ergeben sich baupraktisch genaue Lösungen. Mit dieser **neuen Methode** erhält man übersichtliche Lösungen mit hoher Genauigkeit. Eine Übersicht der Interaktionsbeziehungen nach TSV-plus ist in Tabelle 9.2 zusammengestellt. In Tabelle 9.3 wird die Anzahl der untersuchten Variationen angegeben, auf deren Basis die in Tabelle 9.5 angegebenen Abweichungen bestimmt worden sind.

Tabelle 9.1 Genauigkeit der Grenzschnittgrößen für doppelsymmetrische I-Profile

Grenzschnittgröße	Geschweißte I-Profile	Gewalzte I-Profile
N_{pl}	genaue Lösung (Tabelle 6.2)	genaue Lösung (Tabelle 7.1)
$M_{pl,y}$	genaue Lösung (Tabelle 6.2)	genaue Lösung (Tabelle 7.1)
$M_{pl,z}$	genaue Lösung (Tabelle 6.2)	genaue Lösung (Tabelle 7.1)
$V_{pl,y}$	Näherung üblich: nur Gurte (Tabelle 6.2) Näherung ist ausreichend genau	Näherung üblich: nur Gurte (Tabelle 7.1) Näherung ist ausreichend genau
$V_{pl,z}$	Näherung üblich: Steg zwischen den Gurten (Tabelle 6.2)	Näherung in [14]: Steg bis Mitte Gurt in [15]: Steg mit Ausrundung bis Mitte Gurt, s. Bild 7.3
$M_{pl,xp}$	Näherung nach Gl. (6.6) Näherung ist ausreichend genau	Näherung nach Gl. (6.6) Näherung ist ausreichend genau
$M_{pl,xs}$	Näherung üblich: nur Gurte ([43]) Näherung ist ausreichend genau	Näherung üblich: nur Gurte ([43]) Näherung ist ausreichend genau
$M_{pl,\omega}$	Näherung Mittellinienmodell nach Gl. (6.7) fast genaue Lösung nach Gl. (6.10)	fast genaue Lösung (Tabelle 7.4)

Tabelle 9.2 Übersicht der Interaktionsbeziehungen mit TSV-plus

Schnittgrößen	Geschweißte I-Profile	Gewalzte I-Profile
N- M_y	Tabelle 6.3	Tabelle 7.6
N- M_z	Tabelle 6.4	Tabelle 7.7
M_y - M_z	Tabelle 6.5	Tabelle 7.8
N- M_y - M_z^*	Tabelle 6.9	Tabelle 7.9
N- M_y - M_z - M_ω	Tabelle 6.12 bis Tabelle 6.14	Tabelle 6.12 bis Tabelle 6.14 und Gl. (7.4)
N- M_y - M_z^{**}	Tabelle 6.17	Tabelle 6.17 mit Gl. (7.6)
alle Schnittgrößen	Tabelle 6.19 und Tabelle 6.23 bis Tabelle 6.22	Tabelle 6.19 und Tabelle 6.23 bis Tabelle 6.22***

* ohne unplanmäßige Torsion

** mit unplanmäßiger Torsion

*** Hinweise s. Abschnitt 7.3.8

Tabelle 9.3 Anzahl der untersuchten Variationen für doppelsymmetrische gewalzte I-Profile

Interaktionsbeziehung	N- M_y	N- M_z	M_y - M_z	N- M_y - M_z^*	N- M_y - M_z^{**}
Variationen	11400	11400	5700	13680	9120

* ohne unplanmäßige Torsion ** mit unplanmäßiger Torsion

Bei der N- M_y - M_z -Interaktion erfolgt eine explizite Unterscheidung zwischen dem Fall „mit unplanmäßiger Torsion“ (NW-St II) und dem Fall „ohne unplanmäßige Torsion“ (NW-St I). Für den Anwender ist entscheidend, dass sich bei der Anwendung der N- M_y - M_z -Interaktion in *DIN 18800* [14] und *DIN EN 1993-1-1* [15] unplanmäßige Torsion ergibt (NW-St II). Die Torsionsschnittgrößen müssen vom System aufgenommen werden können. Bei Anwendung der Interaktionsbeziehungen in *DIN 18800* [14] und *DIN EN 1993-1-1* [15] können die Ergebnisse **weit auf der unsicheren Seite liegen**, wenn eine Behinderung der Verdrehung z. B. durch die konstruktive Ausführung vorliegt. Es ergibt sich dann eine N- M_y - M_z -Interaktion mit der Bedingung $M_\omega = 0$ und die bereichsweise höhere Tragfähigkeit kann nicht ausgenutzt werden. Die Abweichungen der in *DIN 18800* [14] und *DIN EN 1993-1-1* [15] angegebenen Interaktionsbeziehungen für doppelsymmetrische geschweißte und gewalzte I-Profile sind in Tabelle 9.4 und in Tabelle 9.5 enthalten.

Tabelle 9.4 Genauigkeit der Interaktionsbeziehungen für doppelsymmetrische geschweißte I-Profile (Walzprofile mit $r = 0$) gemäß Abschnitt 6.3

Schnittgrößen	<i>DIN 18800</i> [14]	<i>DIN EN 1993-1-1</i> [15]	TSV-plus
N- M_y	89,1 % bis 102,4 %	95,2 % bis 107,4 %	exakte Lösung
N- M_z	85,3 % bis 104,2 %	99,8 % bis 105,3 %	exakte Lösung
M_y - M_z	77,2 % bis 98,1 %	88,3 % bis 100,1 %	98,8 % bis 100,1 %
N- M_y - M_z^*	nicht vorhanden	nicht vorhanden	98,1 % bis 100,1 %
N- M_y - M_z^{**}	77,1 % bis 104,2 %***	88,3 % bis 107,4 %***	89,8 % bis 100,1 %

* ohne unplanmäßige Torsion ** mit unplanmäßiger Torsion

*** Die maximale Abweichung auf der unsicheren Seite ergibt sich bei einer N- M_y -Interaktion oder einer N- M_z -Interaktion.

Bei doppelsymmetrischen geschweißten I-Querschnitten können die **Abweichungen** auf der unsicheren Seite, abhängig von der Querschnittsform, **noch größer** sein. Lösungen für den Fall „ohne unplanmäßige Torsion“ und eine N- M_y - M_z - M_ω -Interaktionsbeziehung werden in *DIN 18800* [14] und in *DIN EN-1993-1-1* [15] nicht angegeben, s. Tabelle 1.2. Gemäß Tabelle 9.5 liegen die Interaktionsbeziehungen in *DIN 18800* [14] und *DIN EN 1993-1-1* [15] für doppelsymmetrische gewalzte I-Profile teilweise erheblich auf der unsicheren Seite.

Tabelle 9.5 Genauigkeit der Interaktionsbeziehungen für doppelsymmetrische gewalzte I-Profile gemäß Abschnitt 7.3

Schnittgrößen	<i>DIN 18800</i> [14]	<i>DIN EN 1993-1-1</i> [15]	TSV-plus
N-M _y	89,4 % bis 102,5 %	95,6 % bis 107,8 %	99,8 % bis 100,3 %
N-M _z	85,2 % bis 104,3 %	99,7 % bis 105,4 %	99,2 % bis 100,2 %
M _y -M _z	76,6 % bis 99,5 %	87,9 % bis 100,1 %	98,7 % bis 100,1 %
N-M _y -M _z *	nicht vorhanden	nicht vorhanden	98,1 % bis 100,2 %
N-M _y -M _z **	76,5 % bis 104,3 %***	87,9 % bis 107,8 %***	86,6 % bis 100,3 %***

* ohne unplanmäßige Torsion ** mit unplanmäßiger Torsion

*** Die maximale Abweichung auf der unsicheren Seite ergibt sich bei einer N-M_y-Interaktion oder einer N-M_z-Interaktion.

In *DIN 18800* [14] wird der Teilsicherheitsfaktor auf der Materialseite mit $\gamma_M = 1,1$ angegeben. Eine Kompensierung der Abweichungen auf der unsicheren Seite ist somit möglich. Im Unterschied dazu wird die Querschnittstragfähigkeit in *DIN EN 1993-1-1* [15] mit $\gamma_{M0} = 1,0$ bestimmt. Es sind somit auf der Materialseite keine Sicherheiten mehr vorhanden. Somit folgt, dass **die Anwendung der Interaktionsbeziehungen in *DIN EN 1993-1-1* [15] nicht empfohlen werden kann**. Zur Vermeidung einer unsicheren Bemessung können die Interaktionsbeziehungen gemäß **TSV-plus** verwendet werden. In Tabelle 9.2 ist eine Übersicht der Interaktionsbeziehungen zusammengestellt.

Neben den ingenieurmäßigen Methoden in den vorherigen Kapiteln werden in Kapitel 8 Vergleichsrechnungen mit dem FEM Programmsystems *ANSYS* [22] durchgeführt und Beispiele aus den Versuchen in [23] vorgestellt. Es erfolgt die Erläuterung der Grundlagen und Besonderheiten bei der Berechnung mit Volumenelementen. Bei den numerischen Untersuchungen zur N-M_y-M_z-Interaktion beginnen sich die Querschnitte nach Überschreitung der Streckgrenze zu verdrehen, wenn sie sich frei verformen können (Fall „unplanmäßige Torsion“). In den Interaktionsbeziehungen in den Abschnitten 4.3, 6.3 und 7.3 wird zwischen den Fällen „mit unplanmäßiger Torsion“ und „ohne unplanmäßiger Torsion“ unterschieden. Die Untersuchung des Tragverhaltens unter Torsionsbeanspruchung erfolgt in Abschnitt 8.2.3. Dabei ergibt sich keine eindeutige Grenztragfähigkeit. Nach den vorliegenden Ergebnissen wird die Verteilung von M_{xp} nach dem Ingenieurmodell gemäß Gl. (6.55) empfohlen.

Die in dieser Arbeit vorgestellten Methoden zur Bestimmung der plastischen Querschnittstragfähigkeit können als Grundlage für weitergehende Untersuchungen dienen. Das Prinzip des vorgestellten Teilschnittgrößenverfahrens (TSV-plus) kann mit Berücksichtigung der Blechbiegeanteile auch auf einfachsymmetrische Querschnitte oder Hohlprofile übertragen werden.