

## 8 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt die Normierung von Querschnitten und die Schubspannungsermittlung. Dazu wird die Finite-Elemente-Methode herangezogen, wobei die Verwölbungen eines Querschnitts die zu bestimmenden Freiwerte des Verfahrens darstellen. Über diese Verformungen lässt sich die Normierung Teil 2 (Bestimmung der Lage des Schubmittelpunktes, der normierten Wölbordinate sowie der Querschnittskennwerte  $I_o$  und  $I_T$ ) eines Querschnitts vornehmen sowie die Verteilung von Schubspannungen durch die Vorgabe der korrespondierenden Schnittgrößen bestimmen.

Nachdem in Kapitel 2 ausgewählte Grundlagen der Stabtheorie erläutert und Vereinfachungen bzw. Annahmen für die Theorie dünnwandiger Querschnitte dargelegt worden sind, werden in Kapitel 3 virtuelle Arbeitsformulierungen hergeleitet. Im Vordergrund steht dabei die Entwicklung geeigneter Beziehungen zur Bestimmung der Querschnittsverwölbungen. Die Grundlage der Herleitungen bildet das Prinzip der virtuellen Verrückungen, über welches zunächst eine allgemeine virtuelle Arbeit formuliert wird. Diese wird im Anschluss auf zwei ausgewählte Spannungszustände angewandt. Das sind zum einen der reine Schubspannungszustand der primären Torsion (primärer Zustand) und zum anderen ein Zustand, bei dem zusätzlich Normalspannungen zur Bildung des Gleichgewichts auftreten (sekundärer Zustand). Bei sämtlichen Herleitungen werden, unter Berücksichtigung der entsprechenden theoretischen Grundlagen, beliebige (dickwandige) und dünnwandige Querschnittsformen unterschieden.

Mit Hilfe der in Kapitel 3 gewonnenen virtuellen Arbeiten wird ein Verfahren basierend auf der Finite-Elemente-Methode für dünnwandige Querschnitte formuliert. Es wird ein eindimensionales, zweiknotiges Element entwickelt, das zur Bestimmung der Querschnittsverwölbung der primären Torsion dient, aus der die normierte Wölbordinate hervorgeht (primärer Zustand). Außerdem lassen sich über das Element Verwölbungen ermitteln, die sich unter einer Querkraftbeanspruchung bzw. sekundären Torsionsbeanspruchung einstellen (sekundärer Zustand). Das zweiknotige Element, welches für die sekundären Verwölbungen über eine statische Kondensation aus einem vierknotigen Element entwickelt wird, liefert die im Rahmen der Theorie exakte Lösung. Beide Verwölbungsprobleme (primäres und sekundäres) führen zu der gleichen Steifigkeitsmatrix, so dass diese für einen Querschnitt nur einmal aufgebaut werden muss. Mit Hilfe der ermittelten Verformungen können sämtliche Querschnittskenngrößen und Schubspannungsverteilungen bestimmt werden. Alle benötigten Beziehungen des finiten Elements, der Normierung und der Schubspannungsberechnung werden explizit angegeben. Eine Darstellung zur Vorgehensweise und eine Anwendung auf einen Beispielquerschnitt sind in Abschnitt 4.6 gegeben.

Entsprechend wird ein Finite-Elemente-Verfahren für beliebige, dickwandige Querschnittsformen formuliert. Die Grundlage stellen wiederum die virtuellen Arbeitsbe-

ziehungen des Kapitels 3 dar. Es wird eine *isoparametrische* Elementformulierung zur Entwicklung der zweidimensionalen Elemente vorgenommen, mit denen nahezu beliebige Querschnittsformen abgebildet werden können. Mit Hilfe der Elemente lassen sich die primären und sekundären Verwölbungen eines Querschnitts bestimmen. Sämtliche Beziehungen für die anschließende Normierung und Schubspannungsermittlung werden ebenfalls ausgearbeitet. Zur Vervollständigung des Kapitels werden Matrizen für rechteckige Elemente hergeleitet sowie in Abschnitt 5.8 die Vorgehensweise des Verfahrens dargestellt.

Kapitel 6 gibt einen Überblick über die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Finite-Elemente-Programme (*QSW-FE* [66] und *QSW-FE ML* [67]), mit denen in Kapitel 7 Untersuchungen an ausgewählten Querschnitten durchgeführt werden. Die Programme stellen eine Umsetzung der dargestellten Verfahren dar. Es werden Effekte und Phänomene bezüglich der Querschnittsverwölbungen und Schubspannungsverteilungen verschiedener Querschnittsformen aufgezeigt. Im Rahmen dessen wird ein Verfahren formuliert, mit dem die Verwölbungen eines Rechteckquerschnittes über eine Näherungslösung erfasst werden können. Dieses Verfahren lässt sich problemlos mit der bekannten Bestimmung der normierten Wölbordinate über das Mittellinienmodell bei dünnwandigen Querschnitten kombinieren. Für I- und U-Querschnitte wird eine entsprechende, schematisierte Vorgehensweise dargestellt. Somit lassen sich über Handrechnungen genauere maximale Wölbordinate bestimmen, als das bisher mit der Anwendung des „reinen“ Mittellinienmodells möglich gewesen ist.

Am Beispiel der I-Querschnitte wird der Einfluss von Querschnittsmodellierungen auf die Kennwerte und Schubspannungsverteilungen gezeigt und diskutiert. Es wird deutlich, dass die Berücksichtigung der Abrundungen bei I-Walzprofilen zu geringeren Wölbordinate führt und sich dadurch der Wölbwiderstand verringert. Dieser Effekt bezüglich des Wölbwiderstandes ist gleichfalls maßgeblich für die Unterschiede der Ergebnisse auf Basis des Mittellinienmodells und der genauen Lösung. Aufgrund der stets zu gering abgeschätzten maximalen, normierten Wölbordinate mit Hilfe des Mittellinienmodells, wird der Einfluss auf die Normalspannungsberechnung infolge eines Wölbmoments dargelegt. Im Rahmen dessen wird die Bestimmung der maximalen Wölbordinate, mit Hilfe des im Vorherigen beschriebenen Näherungsverfahrens, für die I-Querschnitte dargestellt. Es werden genaue Schubspannungsverteilungen, die sich aus Querkraft und Torsion ergeben, visualisiert und diskutiert sowie dem Mittellinienmodell und damit der Theorie dünnwandiger Querschnitte gegenübergestellt. Im Zuge dessen wird die Ursache der in [106] angegebenen Fehler von bis zu 77 % bezüglich des elastischen Grenzmoments der primären Torsion geklärt, die sich zwischen den Theorien ergeben sollen. Sie begründen sich in der Anwendung einer Beziehung, die ausschließlich für rechteckige Querschnittsteile Gültigkeit hat und den Störungsbereich im Übergang zwischen Gurt und Steg nicht erfasst.

Für U-Querschnitte wird am Beispiel des UPE 100 gezeigt, wie sich der Verlauf der normierten Wölbordinate für solche Querschnittsformen einstellt. Außerdem wird gezeigt, welche Schubspannungsverteilungen sich für die Querkraft- und Torsions-

schnittgrößen einstellen. Für die gesamte UPE-Reihe werden genaue Querschnittskennwerte angegeben bzw. tabelliert..

Im Unterschied zu den I-Profilen liefern die genauen Lösungen der UPE-Profile, das heißt unter Berücksichtigung der Walzausrundungen, größere maximale Wölbordinate und einen größeren Wölbwiderstand. Dies ist auf eine Verschiebung des Schubmittelpunktes zurückzuführen. Werden die Walzausrundungen erfasst, verschiebt sich die Lage des Schubmittelpunktes in Richtung des Steges, was zu einer Erhöhung der maximalen Wölbordinate führt. Allgemein lassen sich folgende Aussagen treffen:

- Verändert sich durch die Berücksichtigung von Walzausrundungen die Lage des Schubmittelpunktes nicht, führen die Ausrundungen zu einer Verringerung der Verwölbungen und damit zu einer geringeren maximalen, normierten Wölbordinate.
- Die Berücksichtigung von Walzausrundungen kann zu einer Verschiebung des Schubmittelpunktes führen. Bei U-Querschnitten führt das zu einer Vergrößerung der maximalen, normierten Wölbordinaten.

Bei den betrachteten UPE-Profilen überwiegt der zweite Effekt, wodurch sich in Summe die maximalen Wölbordinaten vergrößern.

Die Anwendung der Verfahren auf Querschnitte mit Hohlzellen wird ebenfalls dargestellt. Beispielfhaft wird der Querschnitt einer Fußgängerbrücke untersucht und der Einfluss von Trapezsteifen auf die Lage des Schubmittelpunktes, die normierte Wölbordinate und die Querschnittskennwerte aufgezeigt. Außerdem wird im Rahmen der Beispiele zu Querschnitten mit Hohlzellen auf zusammengesetzte Stützenquerschnitte eingegangen.

Die Ausführungen dieser Arbeit können als Grundlage weiterer Untersuchungen dienen. So sind beispielsweise noch weitere, zurzeit vertafelte Kennwerte anderer Profilreihen auf ihre Genauigkeit zu untersuchen, zu denen noch keine exakten Lösungen vorliegen (z.B. UAP-Profile und Z-Profile). Die formulierten Verfahren eignen sich ebenfalls zur Berechnung von Verbundquerschnitten, den Elementen ist dabei der entsprechende Schubmodul zuzuweisen. Zeitabhängige Einflüsse werden von dem Verfahren nicht berücksichtigt, lassen sich jedoch prinzipiell über den E-Modul indirekt erfassen, s. [48]. Bei der vorab durchzuführenden Normierung Teil 1 (Bestimmung der Lage des Schwerpunktes und der Querschnittskennwerte  $A$ ,  $I_y$ ,  $I_z$ ) ist eine Beachtung der unterschiedlichen, materialabhängigen Elastizitätsmodule auch für kurzzeitige Einflüsse ohnehin erforderlich.