

## 8 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit dem Einfluss des Kriechens auf Verbundträger. Die Themenschwerpunkte sind die zeitliche Entwicklung der Teilschnittgrößen, der Einfluss der Kriechbeiwerte auf den inneren Spannungszustand und die Betrachtung von doppelsymmetrischen einbetonierten Stahlquerschnitten.

Der Betonanteil eines Verbundquerschnitts weist eine zeitabhängige Abminderung der Steifigkeit auf, die zu Umlagerungen der inneren Größen führt. Ihre zeitliche Entwicklung ist lastfallabhängig, wobei vier unterschiedliche Belastungsfälle betrachtet worden sind - zeitlich konstante Einwirkungen, Schwinden, aufgezwungene Deformationen und zeitlich veränderliche Einwirkungen.

Für die Bestimmung der Umlagerungsgrößen stehen drei Methoden zur Verfügung. Bei der ersten Methode werden die Gleichgewichts- und die Verträglichkeitsbedingungen **differentiell** formuliert. Es entsteht ein Differentialgleichungssystem, welches analytisch unlösbar ist. Durch die Annahmen eines zeitlich konstanten Betonelastizitätsmoduls und die Vernachlässigung des Einflusses des Betonmoments auf die Betonnormalkraft ergeben sich kriechfunktionsabhängige Lösungen, die eine exponentielle Form aufweisen (s. Abschnitt 3.3).

Die zweite Möglichkeit für die Erfassung der Umlagerungen findet sich in [88]. Ein **Integrationsgleichungssystem**, bei dem das Betonmoment uneingeschränkt berücksichtigt wird, führt zu kriechfunktionsunabhängigen Umlagerungsausdrücken. Bei diesem Verfahren wird der Betonelastizitätsmodul als konstant angenommen und die Lösungen sind von den Näherungsansätzen der reduzierten Relaxationsfunktionen des Betons abhängig (s. Abschnitt 3.4). Diese Funktionen lassen sich ausschließlich inkrementell ermitteln. In der Literatur werden jedoch analytische Ausdrücke angegeben, die voneinander abweichen, s. Bild 3.12. Die Genauigkeit dieser Näherungsansätze bestimmt die Genauigkeit des Verfahrens.

Für beide analytische Berechnungsmethoden wird der zeitliche Verlauf des Schwindens affin zu dem des Kriechens angenommen. Diese Vereinfachung ist nach *DIN 4227* [3] zulässig. Im Gegensatz dazu wird im *EC 2* [6] darauf hingewiesen, dass das Kriechen und Schwinden voneinander unabhängig sind. In den Abschnitten 3.3.2 und 3.7 wird dieser Widerspruch beider Richtlinien diskutiert. Aus Bild 3.6 ist zu erkennen, dass die Annahmen zu unterschiedlichen Schwinddehnungen führen.

Im Abschnitt 3.5 wird ein **inkrementelles Verfahren** vorgeschlagen, bei dem keine Annahmen getroffen werden müssen. Bei dieser Vorgehensweise wird der Zeitraum in Zeitintervalle unterteilt, in denen die mechanischen Eigenschaften und die rheologischen Parameter des Betons als zeitlich konstant angenommen werden. Durch die Wahl geeigneter Intervalle lassen sich folgende Größen ausreichend genau erfassen:

- Der zeitabhängige Verlauf des E-Moduls des Betons
- Der zeitabhängige Verlauf des Schwindens (unabhängig vom Kriechen)
- Die Umlagerungsgrößen in den Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen ( $M_{c,\varphi}$  wird nicht vernachlässigt)

Die Umlagerungszuwächse, die sich aus den inkrementellen Formulierungen ergeben, hängen von einer **Kriechfunktionsmatrix** ab (s. Gl. 3.19), die sich aus den Nachgiebigkeitsmatrizen des Stahls und des Betons und der Kriechfunktion von EC 2 [6] zusammensetzt. Sie drückt den gegenseitigen Einfluss beider Materialien aus und bestimmt die zeitliche Entwicklung der inneren Größen. Die gleiche Matrix hat Xia [88] mit Hilfe komplizierter analytischen Umrechnungen bewiesen. Die Herleitung dieser Matrix durch einfache algebraische Ausdrücke zeigt die Anwendbarkeit des inkrementellen Verfahrens auf Kriechprobleme.

Ein Vergleich der Berechnungsverfahren ist für Verbundquerschnitte mit **dicken** ( $j > 0,20$ ) und **dünnen** Betonplatten ( $j < 0,20$ ) durchgeführt worden – s. Tabelle 3.13. Als Bezugswerte sind die Ergebnisse des inkrementellen Verfahrens gewählt worden. Die Untersuchungen belegen, dass im Allgemeinen die integrale Methode kleinere Abweichungen als die differentielle Methode aufweist, s. Tabellen 3.14 bis 3.16. Besonders für die ständigen Lasten, die die wichtigste Beanspruchungsart darstellen, weisen die Ergebnisse des Verfahrens von Xia [88] eine sehr gute Übereinstimmung mit denen des inkrementellen Verfahrens auf und sind deshalb zu empfehlen.

Im Fall des Schwindens weisen beide analytische Methoden gravierende Abweichungen auf. Dies ist auf den zum Kriechen affin angenommenen Verlauf des Schwindens zurückzuführen. Wie Tabelle 3.17 zeigt, führt dies zu einer erheblichen Entlastung der Umlagerungsgrößen  $N_{c,\varphi}$  und  $M_{c,\varphi}$  in der Betonplatte. **Die Annahme von DIN 4227 stellt somit eine unsichere Fehlerquelle dar.**

Die **Relaxationskennwerte** sind Hilfsmittel, welche die Berechnung von Umlagerungsgrößen vereinfacht. Sie stellen Funktionen dar, die von den Umlagerungen der Betonnormalkraft und des Betonmoments abgänglich sind. Berechnungsformeln sind von Haensel [50], Xia [88] und Hanswille [52] vorgeschlagen worden – s. dazu Abschnitt 4.2. In Tabelle 4.2 werden sie mit Relaxationskennwerten verglichen, die sich aus dem inkrementellen Verfahren ergeben. Es wird zunächst deutlich, dass die von Haensel ermittelten Formeln abweichende Ergebnisse liefern. Der Grund liegt darin, dass sie auf der differentiellen Methode basieren. Die Relaxationskennwerte von Xia und von Hanswille weisen dagegen Abweichungen zulässiger Größenordnung auf. Im Fall des Schwindens ist eine ausgezeichnete Übereinstimmung der inkrementellen Lösungen mit denen von Hanswille zu erkennen. Hanswille betrachtet das Kriechen inkrementell und unabhängig vom Schwinden.

Das **Gesamtquerschnittsverfahren** erfasst das Kriechen durch eine Abminderung der Querschnittsgrößen der Betonplatte. Dafür ist die Kenntnis der Kriechbeiwerte notwendig. Die Berechnung solcher Beiwerte wird im Abschnitt 4.3 diskutiert.

Schwerpunkt der Diskussion ist die **Berücksichtigung des Betonmomentes  $M_{c,t}$** , welches *Haensel* [50] und *Hanswille* [52] vernachlässigen. Die Untersuchungen (s. Tabelle 4.5) belegen, dass das Betonmoment praktisch keinen Einfluss auf  $\psi_{A,L}$  hat. Der Kriechbeiwert  $\psi_{I,L}$  ist allerdings von  $M_{c,t}$  stark abgänglich. Für Verbundquerschnitte mit nicht vernachlässigbarem Betonträgheitsmoment spielt es eine wichtige Rolle. In Tabelle 4.6 finden sich vorgeschlagene Kriechbeiwerte aus unterschiedlichen Literaturquellen – *Kindmann/Xia* [58], *EC 4-2* [5], *Betonkalender* 1993 [70], *Hanswille* [52]. Mit Hilfe dieser sind die Spannungsverteilungen für die Querschnitte der Tabelle 3.13 ermittelt worden. Die Ergebnisse der Untersuchungen werden in Tabellen 4.7 bis 4.10 angegeben. Es ist zu erkennen, dass **die Kriechbeiwerte von *Kindmann/Xia* für alle Lastfälle außer dem Schwinden sehr kleine Abweichungen aufweisen**. Besonders bei Verbundquerschnitten mit dicken Betonplatten (Querschnitt 1 in Tabelle 3.13) ist die Übereinstimmung mit dem inkrementellen Verfahren deutlich erkennbar. Dies ist auf die vollständige Berücksichtigung von  $M_{c,t}$  bei der Ermittlung der Kriechbeiwerte  $\psi_{A,L}$  und  $\psi_{I,L}$  zurückzuführen, s. Tabelle 4.4. Es fällt weiterhin auf, dass **die maximalen Betonspannungen  $\sigma_{c,0}$ , die sich mit Hilfe der Kriechbeiwerte nach *EC 4-2* ergeben, im Allgemeinen auf der sicheren Seite liegen (positive Abweichungen)**. In Tabelle 4.10 wird deutlich, dass **die vorgeschlagenen Kriechbeiwerte von *Hanswille* für den Lastfall Schwinden sichere Ergebnisse liefern**. Seine Kriechbeiwerte sind die einzigen, die auf einer unabhängigen Betrachtung des Schwindens vom Kriechen basieren. **Die von *Haensel* vorgeschlagenen Kriechbeiwerte**, die in [70] angegeben werden, **führen für den Fall der eingepprägten Deformationen zu unsicheren Ergebnissen**. Sie sind kriechfunktionsabhängig und mit Hilfe der differentiellen Methode ermittelt worden.

Die Frage bezüglich der Auswirkung möglicher **Variationen von Kriechbeiwerten** auf die ideellen Querschnittsgrößen, die Teilschnittgrößen und die Spannungen wird in Kapitel 5 ausführlich untersucht. Mit Hilfe der Variationsfaktoren  $f_{A,L}$  und  $f_{I,L}$  (s. Gl. 5.1 und 5.7) ist die Reaktion der betrachteten Größen im Hinblick auf unterschiedliche Kriechbeiwerte graphisch dargestellt worden. Damit kann die mechanische Deutung der Beiwerte  $\psi_{A,L}$  und  $\psi_{I,L}$  besser veranschaulicht werden. **Die ideellen Querschnittsgrößen werden durch Variationen von  $\psi_{A,L}$  gering beeinflusst**. Dies gilt besonders für den Belastungsfall der ständigen Lasten, wobei  $-0,09 \leq f_{A,L} \leq 0,23$  ist, s. dazu Tabelle 5.1. Aus dem Diagramm des Bildes 5.8 ist erkennbar, dass **der Kriechbeiwert  $\psi_{I,L}$  praktisch keinen Einfluss auf das ideale Trägheitsmoment  $I_{i,L}$  hat**. Dies liegt an dem vergleichsweise kleinen Trägheitsmoment der Betonplatte bei üblichen Verbundquerschnitten. **Kleine Kriechbeiwerte haben eine Überschätzung der maximalen Betonspannungen zur Folge und liegen daher auf der sicheren Seite**, s. Bilder 5.5 und 5.10. Es ist ebenfalls gezeigt worden, dass je näher eine Faser an der Nulllinie liegt, desto empfindlicher reagiert die Spannung auf die Änderung des Kriechbeiwertes  $\psi_{A,L}$ . Die Spannungen  $\sigma_{c,0}$ ,  $\sigma_{c,u}$  und  $\sigma_{a,u}$  weisen geringe Abweichungen gegenüber den Variationen von  $f_A$  auf. Im Gegensatz dazu ist die Stahlspannung  $\sigma_{a,0}$  von den Variationen stark abhängig. Der Kriechbeiwert  $\psi_{I,L}$

beeinflusst die Betonspannungen nur für gravierende Variationen von  $f_t - s$ . Bild 5.10.

Im Kapitel 6 werden **einbetonierte Stahlquerschnitte** betrachtet, da sie in der vorhandenen Literatur bislang unzureichend behandelt werden. Durch die Anwendung eines inkrementellen Verfahrens erfolgt die theoretisch exakte Herleitung der Umlagerungsgrößen. Unter Berücksichtigung aller Parameter (zeitliche Entwicklung des Elastizitätsmoduls des Betons, Unabhängigkeit des Schwindens vom Kriechen, Betonmoment  $M_{c,t}$ ) werden für die Praxis geeignete Kriechbeiwerte vorgeschlagen. Gemäß *EC 4-2* [2] darf für einbetonierte Stahlquerschnitte das Schwinden vernachlässigt werden. Für die rechnerische Erfassung dieses Phänomens sind keine besonderen Regelungen vorhanden. Durch das Schwinden entstehen jedoch Zugspannungen, die zur Rissbildung des Betons führen können. **Mit Hilfe der Kriechbeiwerte aus Tabelle 6.1 lassen sich die Schwindspannungen einfach bestimmen** – s. auch Abschnitt 7.4. Im Abschnitt 6.7 wird die Ermittlung des Rissmomentes einbetonierter Stahlquerschnitte diskutiert. Durch die Einhaltung der Bedingung (6.74) bleibt der Querschnitt ungerissen. **Gleichung (6.73) ist für die Berechnung des Rissmomentes empfehlenswert.** Für stark gerissene einbetonierte Stahlquerschnitte können die vorgeschlagenen Kriechbeiwerte nicht angewandt werden. Das zeitliche Verhalten des Querschnitts hängt von der Höhe des Risses ab. Stark gerissene Querschnitte können mit Hilfe der Kriechbeiwerte offener Verbundquerschnitte erfasst werden.

Es ist zu betonen, dass die Materialeigenschaften des Betons mit einer beachtlichen Streuung verbunden sind. Der E-Modul des Betons, die Kriechzahl, das Schwindmaß und die Kriechbeiwerte sind sehr umstrittene Größen. **Es müssen daher konservative Rechenwerte angenommen werden.** Der in der Praxis tätige Ingenieur sollte folgende Hinweise berücksichtigen:

1. Bei der Spannungsermittlung ist es ratsam zu überprüfen, ob die Betonplatte dick oder dünn ist. Dies wird mit Hilfe des Beiwertes  $j$  erzielt – s. Bild 5.1. Für dicke Betonplatten sind die Kriechbeiwerte von *Kindmann/Xia* [58] empfehlenswert. Für dünne Betonplatten sind die Berechnungsverfahren im Allgemeinen gleichwertig.
2. Für den Lastfall Schwinden liefern die Kriechbeiwerte von *Hanswille* [52] sicherere Ergebnisse als die anderen.
3. Es empfiehlt sich für die Berechnung der Durchbiegungen bei Verbundtragwerksystemen das ideale Trägheitsmoment  $I_{i,L}$  mit den größeren Kriechbeiwerten aus Tabelle 6.1 zu ermitteln. Dies führt zu größeren kriecheerzeugenden Verformungen.
4. Verbundquerschnitte die zum Zeitpunkt der Erstbelastung die Klasse 3 (nicht beulgefährdet) aufweisen, müssen ggf. für einen späteren Zeitpunkt in Klasse

- 4 (beulgefährdet) eingestuft werden. Für die Ermittlung der Schwerachse  $z_{i,L}$  derartiger Querschnitte ist aus Tabelle 6.1 der größte Kriechbeiwert  $\psi_{A,L}$  zu wählen.
5. Doppelsymmetrische einbetonierte Stahlquerschnitte lassen sich mit Hilfe der Kriechbeiwerte aus Tabelle 6.1 erfassen. Diese Kriechbeiwerte können näherungsweise auch auf leicht unsymmetrische einbetonierte Stahlquerschnitte angewandt werden. Im Zugbereich wird der Zustand I für den Beton vorausgesetzt.
  6. Es ist sinnvoll bei einbetonierten Stahlquerschnitten das Schwinden zu berücksichtigen. Besonders für die Berechnung des Rissmomentes spielen die Schwindspannungen eine wichtige Rolle.
  7. Zwangsschnittgrößen lassen sich für Tragwerksysteme mit konstanten Querschnittsgrößen mit Hilfe des Weggrößenverfahrens ermitteln (Vernachlässigung des Lastfalls PT). Anderenfalls muss das Kraftgrößenverfahren angewandt werden.